

Cemagref

Etude test sur les
possibilités d'utilisation
de modèles numériques
de transport de
sédiments sur le secteur
d'Ingrandes

André Paquier
Kamal El Kadi

Département Ressources en Eau, usages et risques
Unité de recherche Hydrologie Hydraulique
Groupe de Lyon
3bis, quai Chauveau CP220
69336 Lyon Cedex 09
Tél. 04 72 20 87 87 - Fax 04 78 47 78 75

octobre 2005

TABLE DES MATIERES

1	Objectifs de l'étude.....	1
1.1	Contexte	1
1.2	Objectifs	1
1.3	Méthode.....	1
2	Déroulement de l'étude.....	2
3	Application du code 2D	3
4	Application du code 1D	5
5	Conclusions.....	12
6	Références.....	12
7	Annexe 1 - Présentation de RubarBE	13
7.1	Les équations	13
7.2	L'évolution géométrique	17
7.2.1	Cas d'érosion	18
7.2.2	Cas de dépôt.....	18
8	Annexe 2 - Présentation de Rubar20TS.....	21

1 Objectifs de l'étude

1.1 Contexte

Depuis le début du 20ème siècle, l'aménagement de la Loire au moyen d'épis et les extractions massives de sable ont provoqué un abaissement du fond de 2 à 5 mètres selon les endroits entre Nantes et les Ponts-de-Cé. La diminution du niveau d'étiage a atteint jusqu'à 3,5 m dans l'agglomération nantaise. Ce phénomène s'est accéléré depuis plusieurs décennies. Il a fragilisé les quais, les ponts et les berges. Il a provoqué, en amont de Nantes, un assèchement des zones humides, éléments essentiels de l'hydrosystème fluvial.

En l'absence de toute intervention, la Loire ne pourra restaurer son lit de façon naturelle dans des délais acceptables. Deux solutions techniques ont été retenues dans le cadre du projet « Plan Loire Grandeur Nature » : la réalisation de seuils à échancrure et la réduction des épis. Six localisations pour les seuils à échancrure ont été envisagées. En raison de la complexité des processus hydrauliques et sédimentologiques en jeu, le programme commence par la réalisation de deux seuils au Fresne-sur-Loire, village situé à proximité d'Ingrandes, à environ 30 kilomètres à l'Ouest d'Angers. Les effets de cette expérimentation vont être étalés dans le temps. Dans l'immédiat, les seuils doivent relever de 50 cm la ligne d'eau d'étiage. A terme, l'ouvrage va progressivement équilibrer les écoulements par sédimentation dans le bras de navigation et creuser le bras secondaire appelé « Cul-de-Bœuf ». Celui-ci serait en eau à partir de 350 m³/s au lieu de 450 m³/s actuellement, soit pendant 70 jours supplémentaires par an en moyenne.

1.2 Objectifs

En parallèle à cette expérimentation de terrain, il semblait judicieux d'examiner si la modélisation numérique permettait de compléter cette expérimentation soit en l'étendant à d'autres sites soit en la poursuivant dans le temps. Une première étape consistait donc à vérifier que sur l'évolution connue, la modélisation numérique permettait de retrouver les observations.

L'objectif de la présente étude était donc d'examiner si, sur le secteur d'Ingrandes, un modèle 1D (RubarBE décrit en annexe 1) ou un modèle 2D (Rubar 20TS décrit en annexe 2) pouvaient rendre compte de l'évolution morphologique constatée. Pour simplifier le problème et surtout diminuer les temps de calcul, seule la crue du printemps 2001 (12 avril au 31 mai 2001) a été étudiée. Dans un premier temps, l'objectif de faisabilité (calage et validation limités) peut en effet être atteint sur ce seul épisode qui comprend cinq dates d'observation au cours d'une forte crue. L'étude a été réalisée sur un tronçon d'environ 5,3 km entre l'amont du pont d'Ingrandes (Pk108,7) et l'aval de l'Ile Meslet aux alentours du Pk103,46 (le Pk0,0 étant pris à l'estuaire à St Nazaire).

1.3 Méthode

Les données géométriques de base correspondent donc au premier relevé bathymétrique (12 avril 2001) complété par les cotes de berge tirées du plan topographique fourni datant de novembre 1997 (échelle 1/2000). La modélisation numérique consiste alors en partant de cette topographie à faire évoluer la géométrie en fonction des écoulements pendant la crue. Pour ce faire, l'hydrogramme (figure 1) à l'amont du pont d'Ingrandes (PK 108,7) fourni par la Cellule de Mesures et Bilans (CMB) est injecté en amont du modèle.

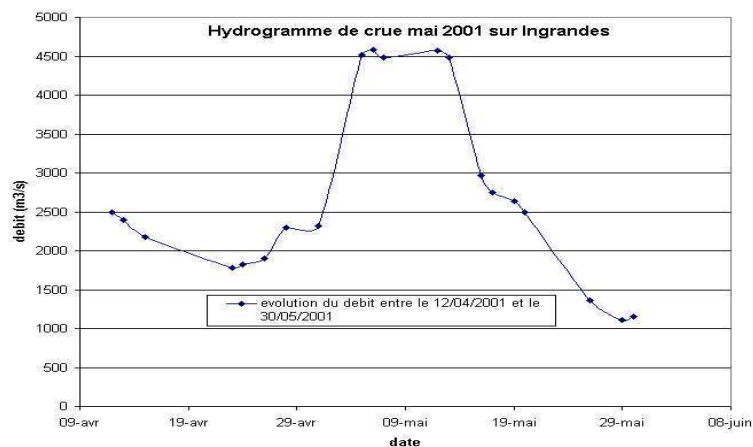


Figure 1 - Hydrogramme de la crue du printemps 2001

2 Déroulement de l'étude

Une réunion avec l'ensemble des intervenants principaux sur le secteur a eu lieu en mai 2003. Cette réunion suivie d'une visite de terrain a permis de lancer le travail.

Un étudiant, G. Barroeta, présent au Cemagref d'avril à septembre 2003 a recueilli les données disponibles et a mis en forme la topographie pour représenter la morphologie de la rivière. Ensuite, la mise en oeuvre d'un modèle 2D (Rubar 20 TS) n'a pas donné de résultats (voir (Barroeta, 2003)). L'échec semble dû essentiellement à l'absence de robustesse du code de calcul. Par ailleurs, une vérification du modèle topographique utilisé pour le calcul a donné lieu à la découverte d'approximations trop grossières.

Un autre étudiant, N. Sardoy, présent au Cemagref d'octobre 2003 à septembre 2004 (Sardoy, 2004) a alors repris le travail de reconstitution topographique conforme à la morphologie de la rivière et devant permettre un calcul d'évolution 1D ou 2D pendant la crue d'avril – mai 2001. En parallèle, un travail d'extension des potentialités du code 1D (RubarBE) a été effectué dans le cadre de la thèse de K. El Kadi, permettant ainsi plus de souplesse dans le choix d'évolution d'une section en travers lors d'un dépôt. L'application du modèle 1D qui avait fait l'objet d'une communication (El Kadi et al., 2004) avait montré une certaine médiocrité des résultats obtenus y compris en utilisant des méthodes d'évolution de la géométrie de la section plus complexes, ce qui ne permettait pas de rendre, même qualitativement, compte des phénomènes d'érosion et de dépôt intervenus pendant la crue. Ces résultats sont modifiés en faisant varier les paramètres tels que le diamètre des sédiments, la loi de transport, la distance de chargement, etc mais les tendances dominantes restaient : en particulier, le profil moyen s'érode depuis l'amont de l'île jusqu'à l'aval du modèle. Les résultats les plus réalistes étaient obtenus avec un diamètre de 1,3 mm, une distance de chargement de 500 mètres et la formule de Bagnold mais la sensibilité à ces paramètres était relativement faible. Le modèle 2D n'a été utilisé qu'en fin de stage. Des problèmes dans l'établissement de la courbe de tarage ont conduit à des problèmes de représentativité de la ligne d'eau entraînant une submersion partielle de l'île à certains moments. L'utilisation de ces conditions pour calculer le transport solide ont conduit à des variations de géométrie brutales qui étaient irréalistes et ont le plus souvent conduit à l'arrêt rapide des calculs pour instabilité numérique.

En 2005, les travaux ont essentiellement consisté à modifier les codes Rubar BE et RUBAR 20TS puis à reprendre les calculs effectués précédemment afin de confirmer ou infirmer les résultats obtenus précédemment. Ce sont ces résultats qui sont mentionnés ci-après.

3 Application du code 2D

L'interpolation de la géométrie pour reconstituer la surface du lit est commune aux deux modèles mais cette interpolation est un élément clé en 2D ; en effet, en 1D, la projection en sections en travers successives conduit à une pondération d'éventuelles erreurs locales alors que ces erreurs resteront présentes en 2D sur une ou plusieurs mailles.

L'étape d'interpolation (ou de reconstitution) du fond de la rivière a donc été effectuée (en 2003 et 2004) de manière précise en essayant de faire apparaître les différents « chenaux » et « plages » constituant le lit. Le modèle 2D (mais c'est également vrai pour le modèle 1D) conservant la position en plan lors de l'évolution de la géométrie, la discrétisation doit être très fine dans les zones où les chenaux se déplacent lors de la crue. Ceci a conduit à un pas d'espace dans le sens transversal relativement faible (de l'ordre du mètre). Finalement, un maillage du secteur a été établi avec un pas d'espace longitudinal de l'ordre de 50 m. Au total 99 sections ont été obtenues, avec 73 points par section en moyenne dont 16 sont considérés comme importants et ont servi de base à l'interpolation dans le sens longitudinal lors du passage des 27 sections en travers proches des relevés bathymétriques aux 99 sections utilisées pour le calcul. Ce maillage a été utilisé en l'état pour le calcul 1D présenté ci-après mais s'est avéré trop lourd pour le calcul 2D. On a donc essayé de le simplifier en supprimant des points lorsque la distance transversale entre deux points était trop faible mais en conservant les 99 sections dans le sens longitudinal. Finalement, environ la moitié des points a été éliminée et le nombre final de mailles du modèle 2D est de 3647 avec un pas d'espace transversal minimal de l'ordre de 5 mètres. Malgré cette simplification, les temps de calcul constatés restent très importants, la stabilité du calcul n'étant obtenue que pour des pas de temps de l'ordre de 0,1 seconde. Il en résulte un temps de calcul total pour passer la crue du printemps 2001 de plusieurs semaines sur les ordinateurs disponibles. Il n'a donc pas été possible d'effectuer le calcul escompté en totalité. On indique toutefois ci-après les étapes effectuées.

La première étape du calcul a consisté à obtenir une ligne d'eau en régime permanent pour le débit correspondant à la bathymétrie initiale. Le champ de vitesses présenté en figures 2 et 3 montre clairement la deuxième difficulté du calcul 2D ; la condition limite amont est implantée dans une section où le chenal principal introduit la quasi totalité du débit mais où des recirculations semblent se développer sur les plages latérales où la hauteur d'eau reste faible. Si ces recirculations sont réelles, il est clair que la condition limite amont n'est pas placée de manière convenable car ainsi, elle ne permet pas de simuler ces recirculations (en partie hors du domaine de calcul). Le modèle numérique tel qu'il a été bâti accentue ou crée ces recirculations générant ainsi des instabilités à l'amont du modèle qui sont dommageables à un déroulement ultérieur des calculs.

L'étape suivante devait consister à lancer la simulation sur la crue en partant de la concentration d'équilibre en tout point ou d'une concentration constante estimée à 0.15 g/l arbitrairement à partir du calcul 1D (ces conditions initiales étant des possibilités pour répondre à l'absence de données de concentrations initiales, celles-ci ne pouvant être obtenues à partir d'un calcul en régime permanent puisque celui-ci n'a jamais existé en réalité). Deux variantes de simulation étaient possibles soit en prenant en compte l'évolution du fond en cours du calcul soit en la calculant mais sans l'appliquer. Jusqu'à présent, aucun des deux types de calcul n'a permis d'obtenir des résultats par suite de problèmes numériques après un temps de calcul plus ou moins bref. Ces problèmes numériques semblent être issus de la

difficulté d'obtenir un champ de vitesses cohérent à la limite amont du modèle car le problème constaté sur la ligne d'eau initiale se maintient au cours du temps avec des fortes variations de vitesses d'un instant à l'autre. Il est donc nécessaire de reprendre le calcul avec des hypothèses amont différentes. Pour l'aval, les niveaux imposés (loi de tarage) déduits des calculs 1D entraînent également une répartition qui n'est pas forcément proche de la réalité mais qui ne semble pas générer de problèmes numériques particuliers. Ceci nous permet de rappeler l'intérêt de disposer de mesures de niveaux, de vitesses et de concentrations au moins aux limites du modèle.

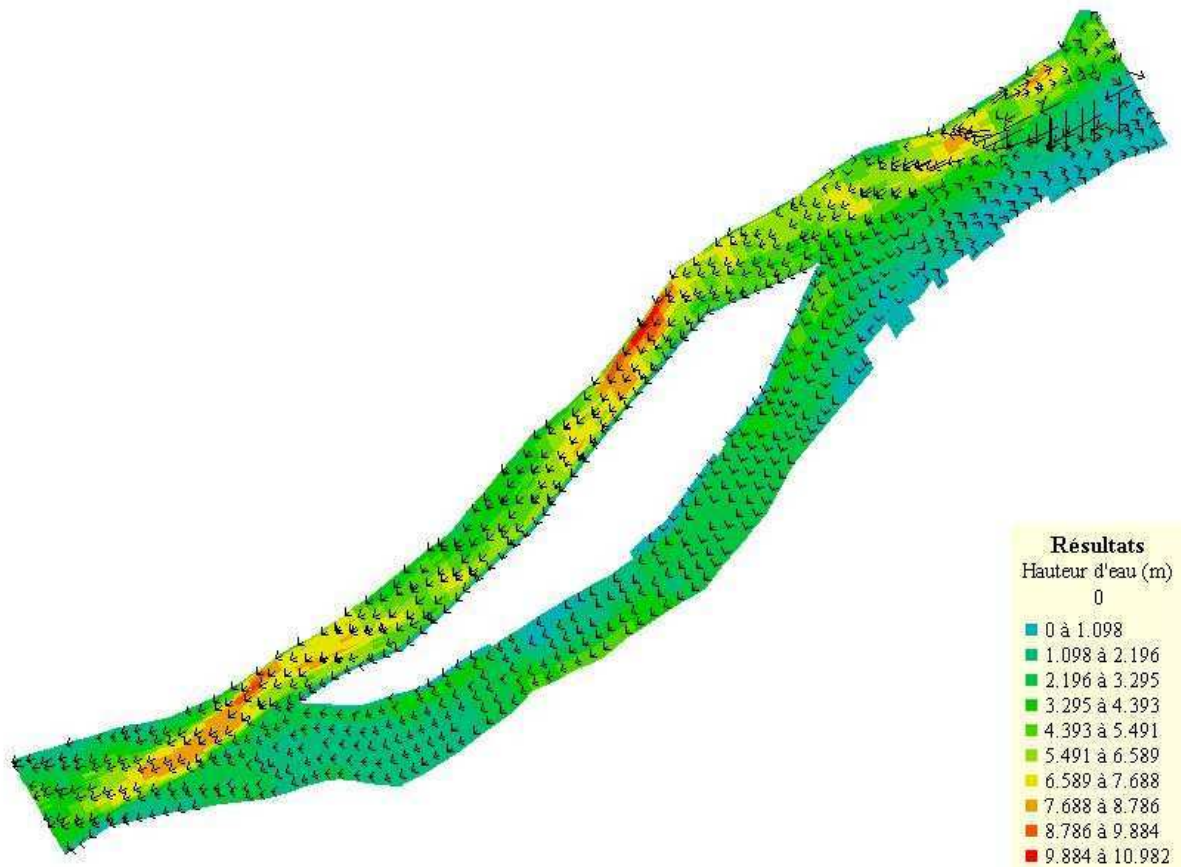


Figure 2 Champ de vitesses et hauteurs d'eau pour un débit permanent de 2500 m³/s

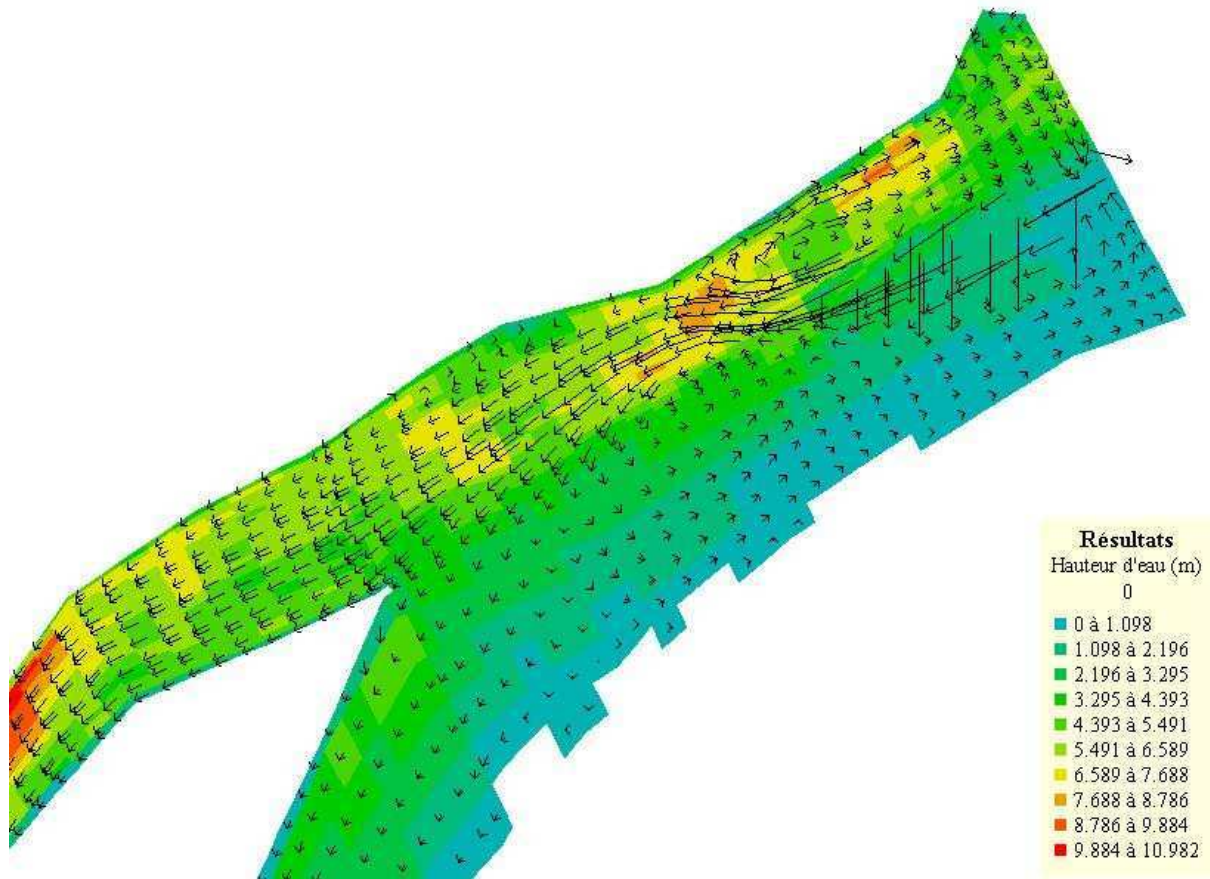


Figure 3 Champ de vitesses et hauteurs d'eau pour un débit permanent de 2500 m³/s (amont de la zone)

4 Application du code 1D

Le code 1D est appliqué sur un modèle formé des sections en travers entières y compris lorsque l'île est émergée. La dynamique différente des deux bras ne peut donc être rendue. La difficulté pour déterminer de manière fiable la répartition des débits liquides et solides entre bras ne nous a pas incité à effectuer de manière séparée le calcul 1D de chaque bras.

Nous avons considéré dans l'ensemble du modèle une seule catégorie de sédiments de diamètre médian $D_{50}=1,3$ mm et d'étendue granulométrique de 1,6 (à partir des éléments fournis par P. Lefort dans son rapport d'expertise de juin 1997 et des granulométries effectuées dans le bras de Cul-de-Bœuf en 2002). Nous n'avons aucune donnée de terrain en ce qui concerne le débit solide. Nous avons donc maintenu l'écoulement à saturation à l'entrée du modèle (débit solide égal à la capacité maximale de transport dans la section amont).

Nous n'avons aucune information sur la condition limite aval. L'aval ayant forcément une influence sur la ligne d'eau, nous avons choisi d'imposer une courbe de tarage $Q(z)$ sur la dernière section du tronçon. Cette courbe a été obtenue en lançant un calcul hydrodynamique sans transport solide sur toute la crue du printemps 2001, la condition limite aval imposée dans ce cas était le régime uniforme (figure 4). Ce choix relativement arbitraire peut conduire à des erreurs importantes (et amplifiées par le calcul de l'évolution du fond) car cette condition aval influence tout le domaine de calcul (faible longueur de rivière et faible pente de ligne d'eau).

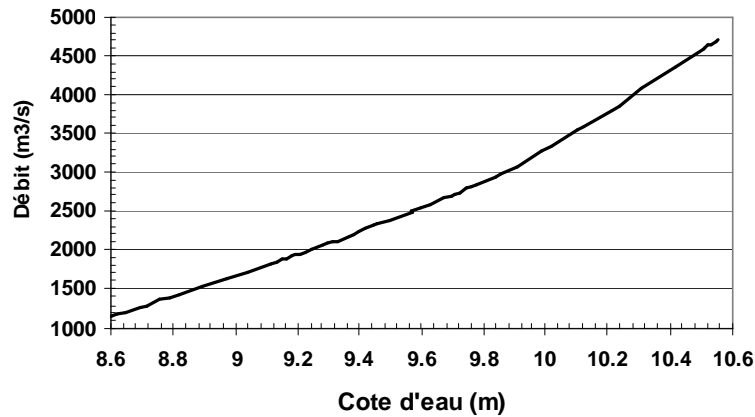


Figure.4- Condition limite aval, courbe de tarage pour la section Pk103.46

Nous avons utilisé la formule de Meyer-Peter et Muller (1948) pour calculer la capacité de transport solide, une distance de chargement D_{char} constante de 500 m et un coefficient de Strickler homogène de $30 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$. Nous avons réalisé plusieurs simulations en fonction des méthodes utilisées pour calculer la répartition des contraintes de cisaillement et des contraintes critiques de mise en mouvement. Plusieurs modes de dépôt ont été testés également. Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des différentes simulations que nous avons réalisées :

	Méthode de calcul de la contrainte de cisaillement τ	Méthode de calcul de la contrainte critique de mise en mouvement τ_c	Déformation de la section en travers lors du dépôt
SIM1	Contrainte uniforme	Diagramme de Shields	couches horizontales
SIM2			uniforme
SIM3	Méthode des Perpendiculaires Confondues	Diagramme de Shields+Ikeda	couches horizontales
SIM4			uniforme
SIM5			en fonction de $1/\tau$
SIM6			en fonction de $(\tau_{cj} - \zeta \tau_j)^{1,5}$

Nous avons comparé nos résultats avec des mesures de terrain réalisées en Mai 2001. Il s'agit des trois bathymétries suivantes : 03-04 (montée de la crue) , 10-11 (pic de la crue) et le 23 mai (décrue). Nous avons comparé le profil en long représenté par le point le plus bas du fond, le profil moyen (constitué par une moyenne des altitudes de tous les points de la section y compris ceux hors d'eau) et l'évolution de trois section en travers situées aux Pk107,4 (amont de l'île), Pk106,7 (milieu de l'île) et Pk104,5 (aval de l'île).

Sur la première période de comparaison (12 avril au 3 mai) , les résultats de toutes les simulations ont été figurées (sur toutes les figures, « 12 avril 2001 » indique la bathymétrie réinterpolée sur les sections au temps initial alors que « mesures » indique cette même bathymétrie à la date de comparaison avec les résultats des simulations indiquées par la référence mentionnée dans le tableau ci-dessus). Par la suite, seuls les résultats des simulations SIM2 et SIM 5 ont été représentés, les simulations SIM1, SIM3 et SIM6 donnant des résultats peu vraisemblables physiquement (cela est visible sur les figures 5 à 8) et la simulation SIM4 étant très proche de la simulation SIM2.

En fait, et cela est confirmé par les résultats sur les autres périodes, les sections évoluent dans la réalité avec à la fois dépôt et érosion dans un même chenal voire une partie de chenal, ce

qui n'est pas possible dans le code. Cette évolution particulièrement nette sur la figure 10 à la section centrale en fin de période se retrouve sur les deux autres sections mais semble s'atténuer en fin de période, la section amont montrant assez nettement un dépôt en rive droite et une érosion en rive gauche (figure 11). Le profil en long du point le plus bas qui est remarquablement irrégulier n'est pas forcément bien représentatif mais son évolution comme celle du profil en long moyen (si on excepte quelques points de forte variation) montrent une tendance générale à l'érosion ou au dépôt qui peuvent être comparées à celles du calcul. Sur toute la crue, on voit une tendance à l'érosion à l'amont comme à l'aval alors que la situation réelle est plutôt un équilibre avec sur la première période un dépôt (qui était inexistant dans le calcul). Pour la partie centrale (île), les tendances sont moins nettes mais sur la figure 12, il semble que la simulation SIM2 qui restreint plus les évolutions que SIM5 est sans doute à préférer même si elle ne peut pas plus rendre compte de l'évolution du profil en long (les profils en long moyens des deux simulations sont très proches sur la figure 13). Indépendamment donc des problèmes liés à l'île qui exigeraient de partager le calcul 1D en un calcul dans chaque bras alors que les deux bras ont été joints dans le calcul effectué, il apparaît que des calculs 1D ne permettent pas de rendre compte de l'évolution variée de la géométrie de ce bief de Loire pendant une forte crue. De manière générale, la crue semble se solder dans le calcul numérique par une érosion nette (figure 13), ceci étant tout particulièrement clair à l'aval alors que la situation réelle est un solde quasi nul. Compte tenu de l'influence de la condition limite aval sur l'ensemble du tronçon, il est possible que la prise en compte d'un niveau aval trop faible soit à l'origine du phénomène. Cela démontre l'intérêt d'un enregistrement de niveau à l'aval de la zone étudiée (ou d'une exploitation des mesures effectuées), la même exigence du niveau aval existant quel que soit le modèle numérique utilisé compte tenu de la faible longueur de la zone étudiée.

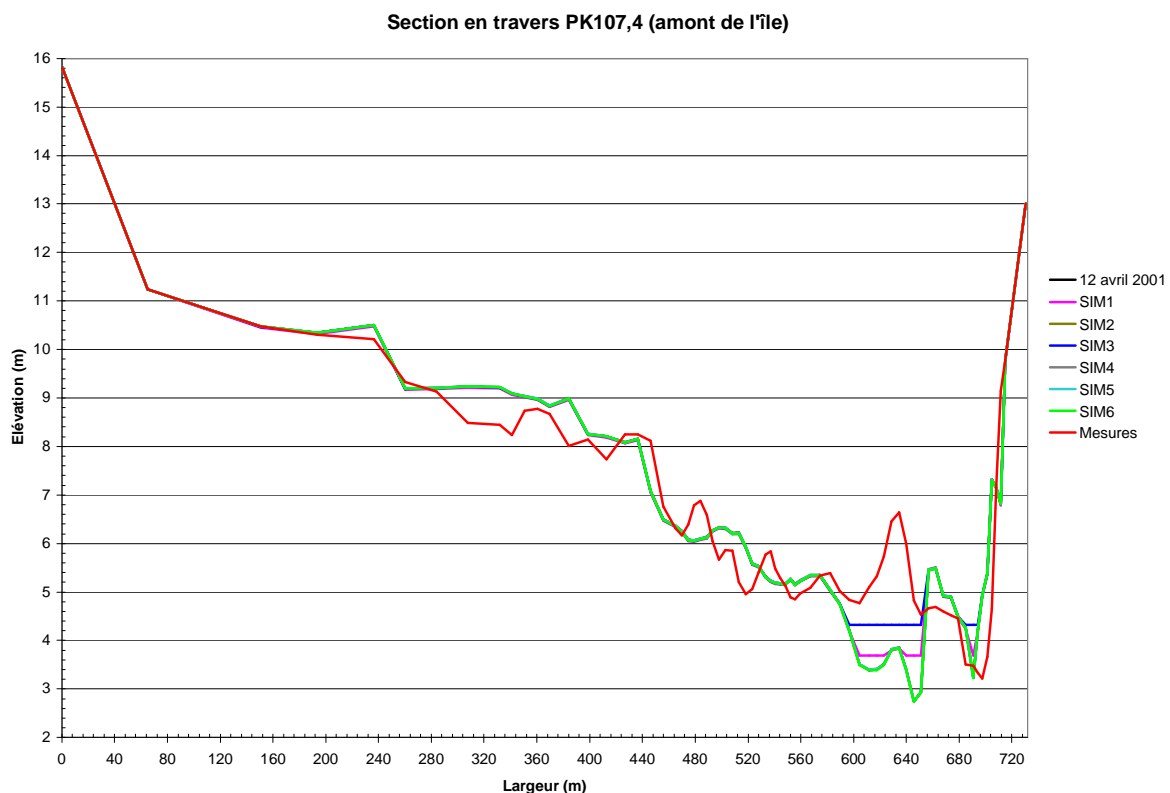


Figure 5
Géométrie de la section amont en date du 3 mai

Section en travers Pk106.7 (milieu de l'île)- 03-04 mai 2001

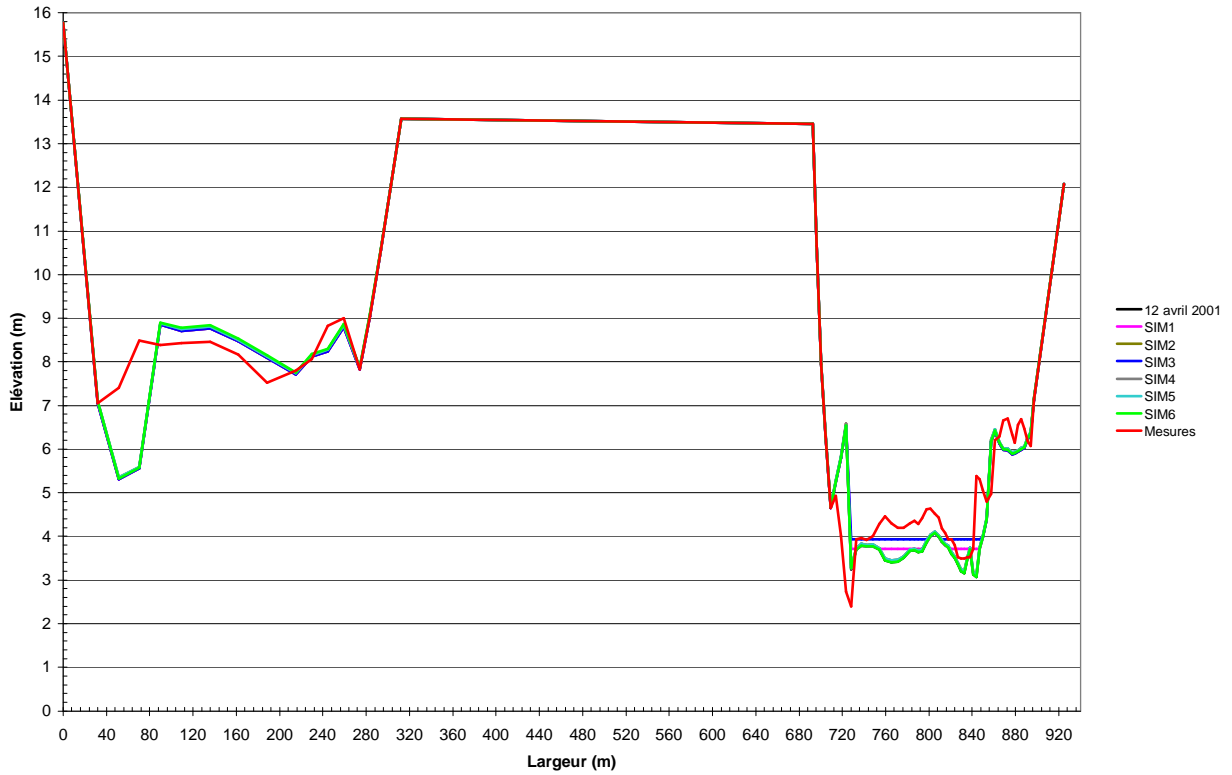


Figure 6 Géométrie de la section centrale en date du 3 mai



Figure 7 Géométrie de la section aval en date du 3 mai

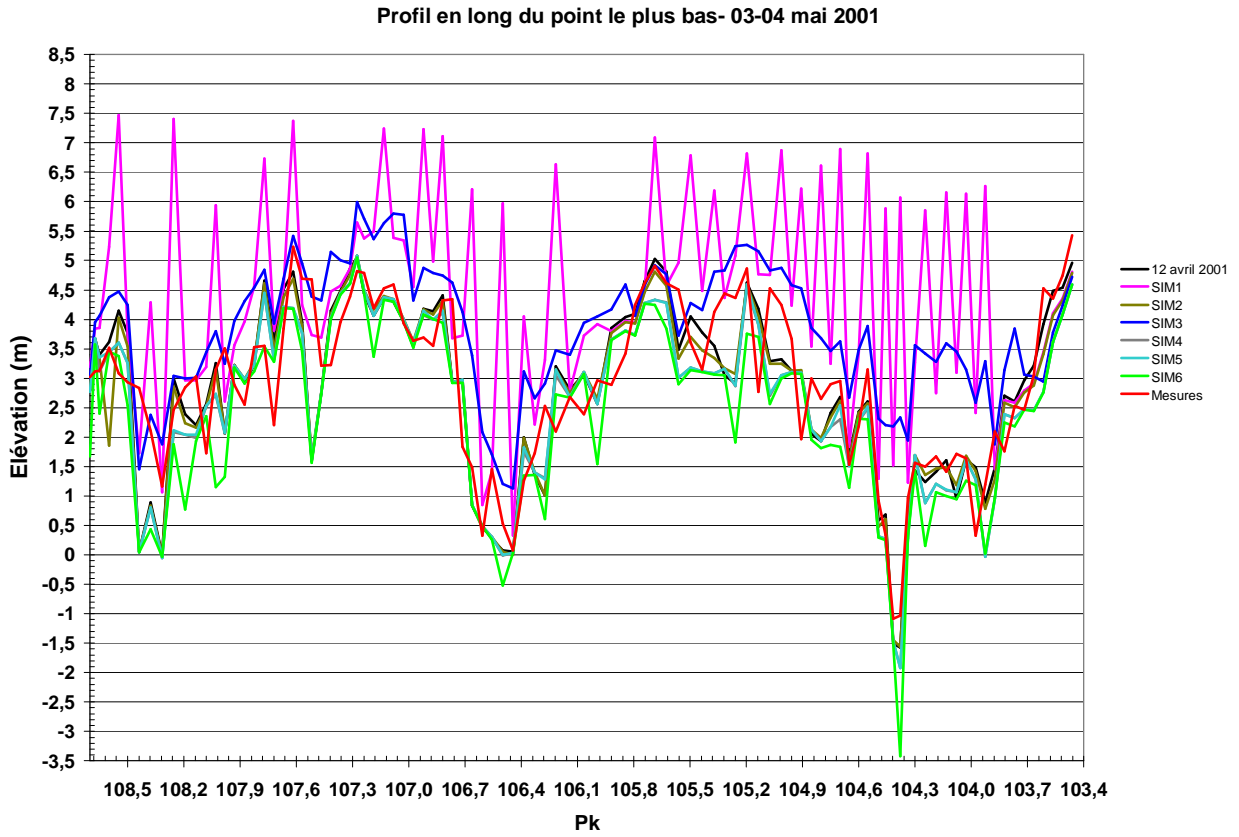


Figure 8 Profil en long du point le plus bas en date du 3 mai

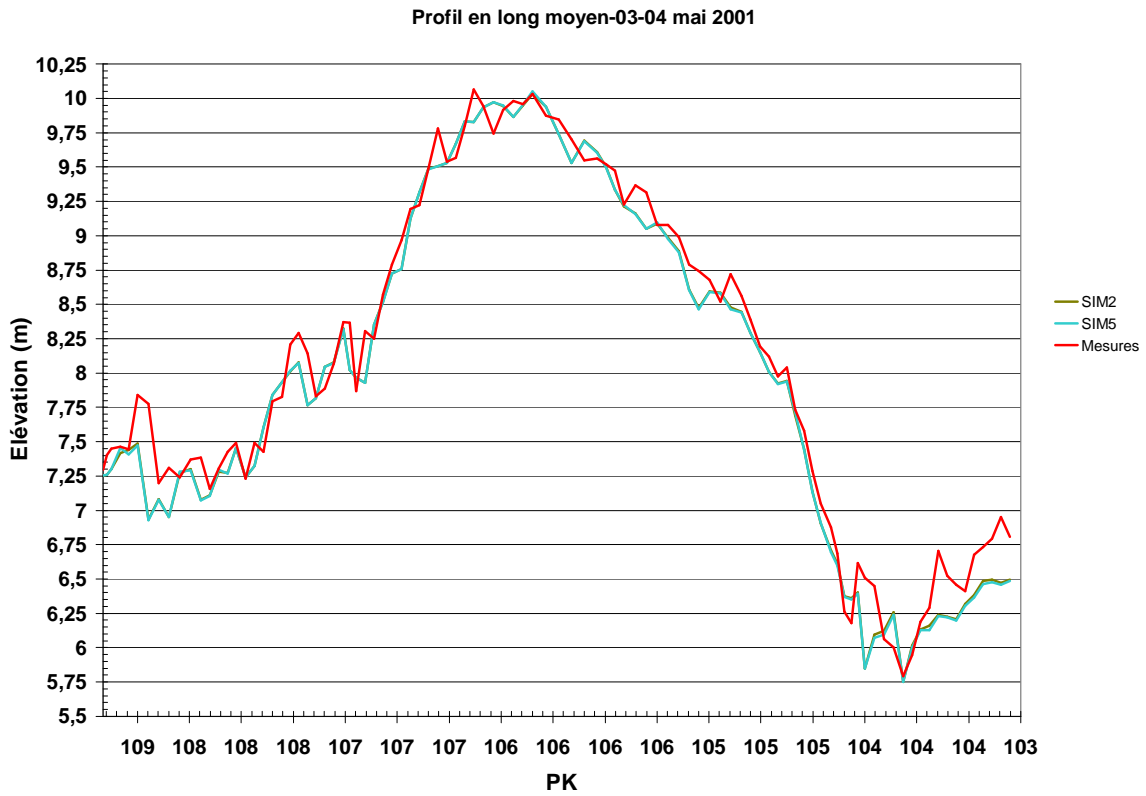


Figure 9 Profil en long moyen en date du 3 mai

Section en travers Pk106.7 (milieu de l'île)

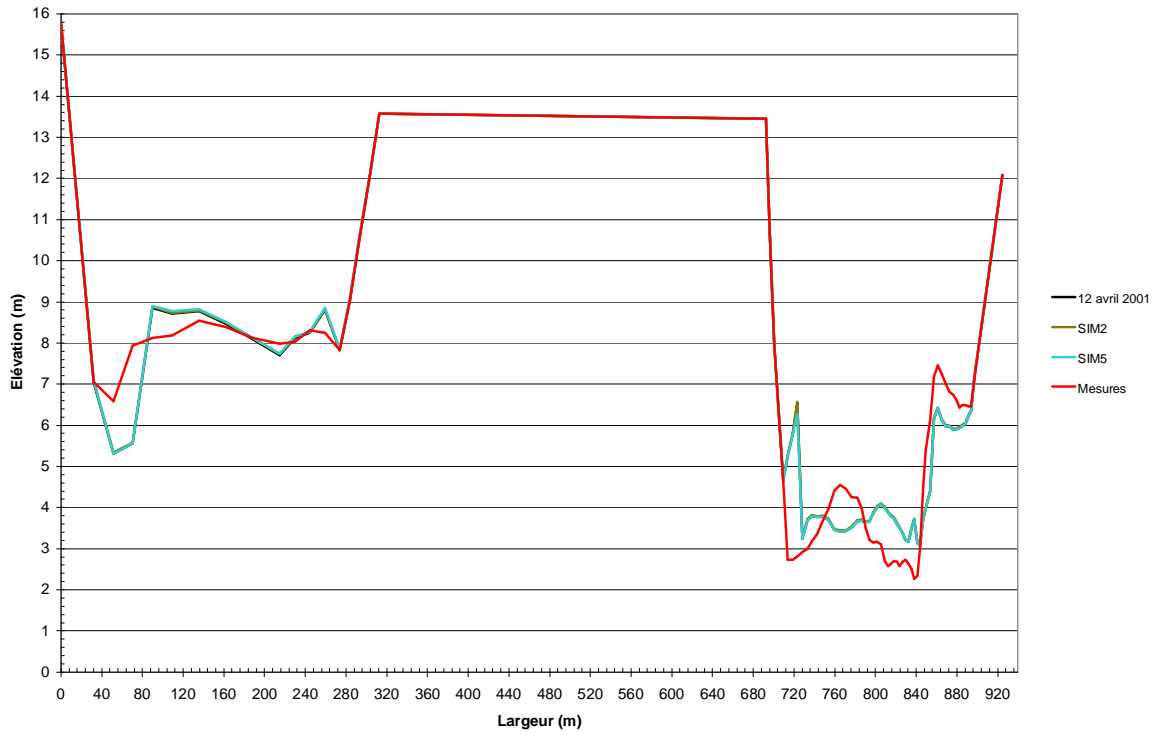


Figure 10 Géométrie de la section centrale en date du 23 mai

Section en travers PK107,4 (amont de l'île)

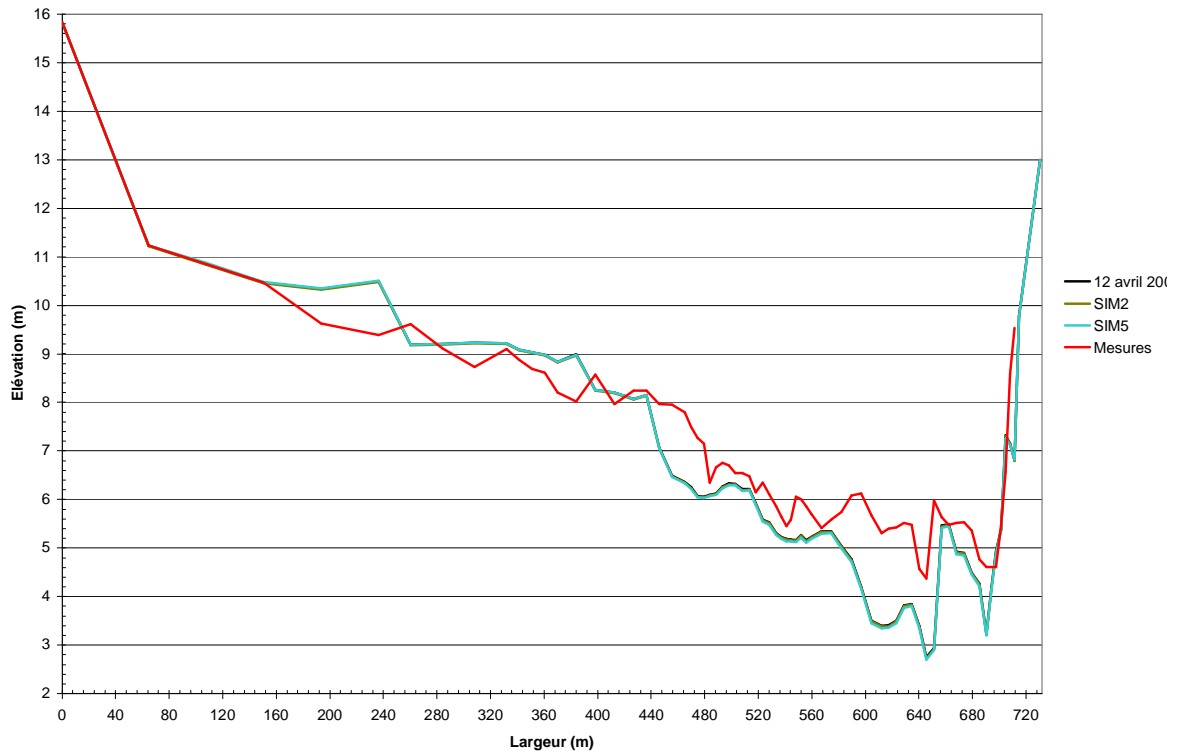


Figure 11 Géométrie de la section amont en date du 23 mai

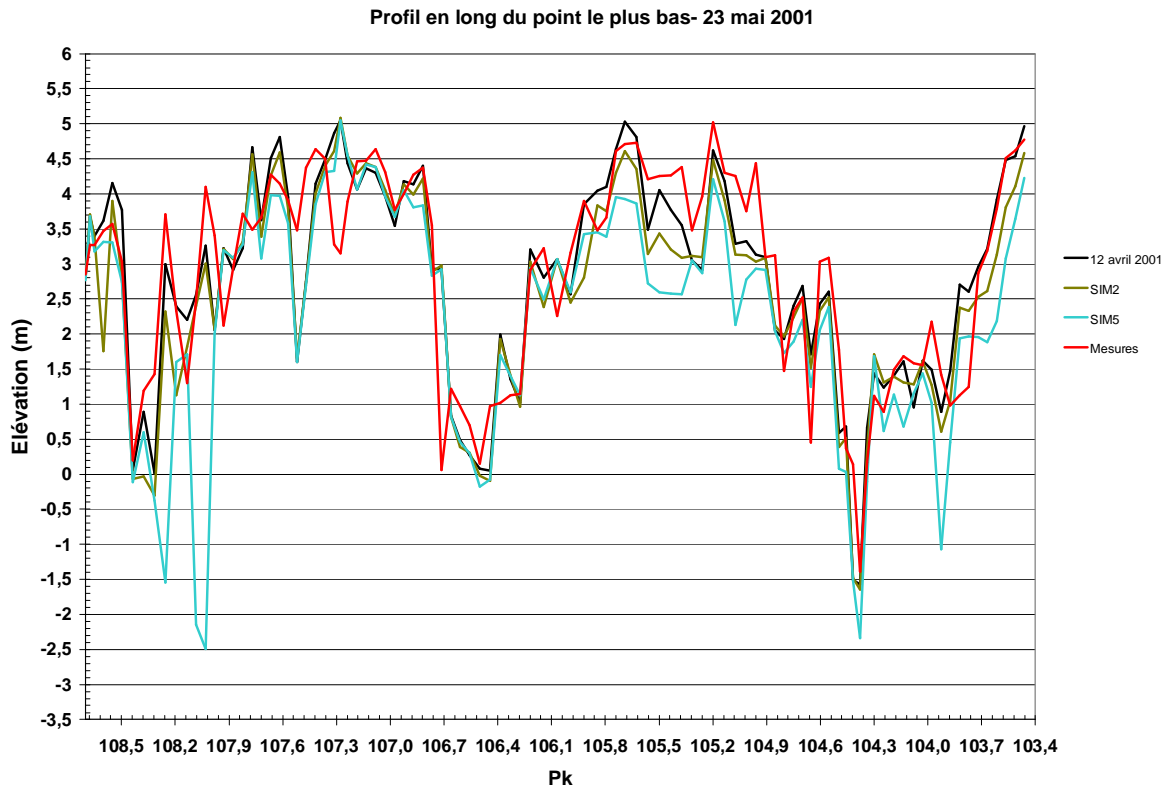


Figure 12 Profil en long du point le plus bas en date du 23 mai

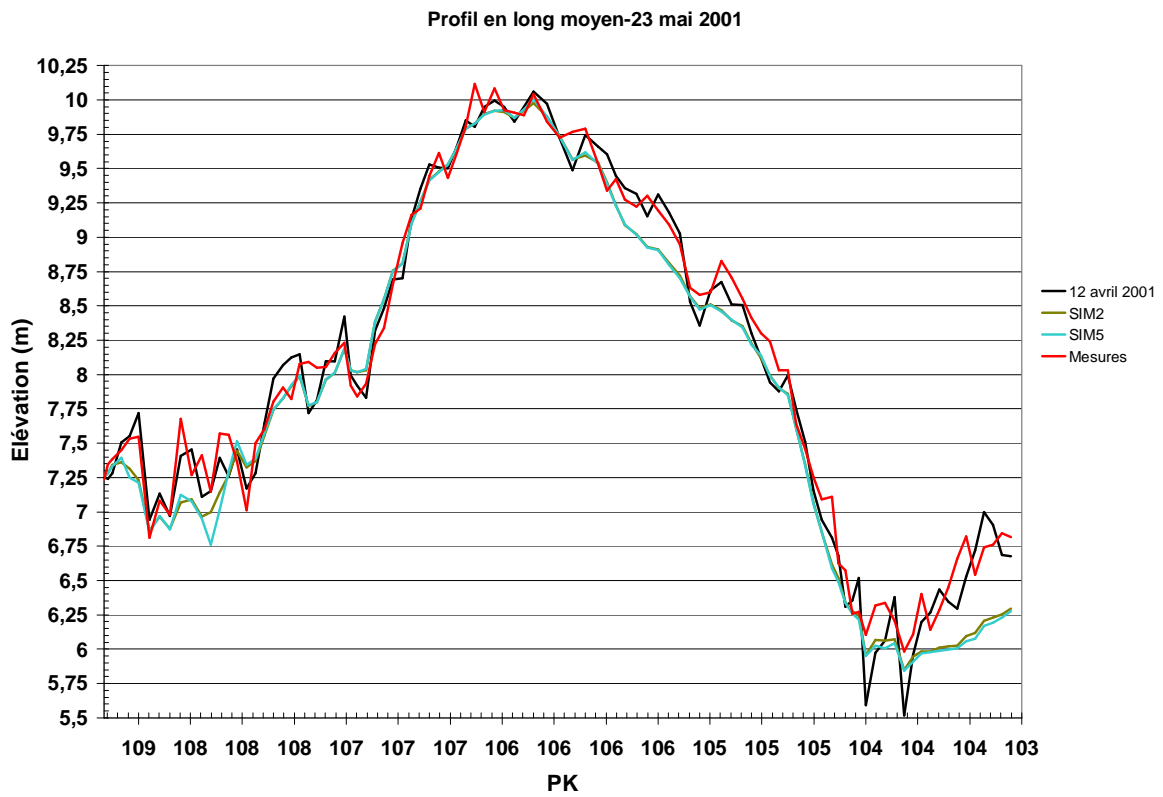


Figure 13 Profil en long moyen en date du 23 mai

5 Conclusions

Des tests complémentaires devraient encore être effectués avant de porter un jugement définitif sur la possible modélisation de ce secteur. Un point est de toute façon avéré, la difficulté de modéliser un tronçon aussi court (5 kilomètres) en l'absence de conditions aux limites précises.

La mise en œuvre d'un modèle 1D sur un secteur comportant une île est également délicate du fait du comportement différent dans chacun des bras (comme on pouvait s'y attendre) mais aussi parce que l'évolution de la géométrie est variée dans le temps et l'espace à l'intérieur du même bras.

La modélisation 2D avec le maillage choisi qui est assez détaillé (3647 mailles avec de l'ordre de 20 points sur la section en travers de chaque chenal) semble optimale pour obtenir des résultats mais les temps de calcul de l'ordre de plusieurs semaines pour un seul épisode de crue restent prohibitifs pour une application en ingénierie et, dans notre cas, pour, en premier lieu, détecter les causes d'erreur et, ensuite, tester un grand nombre possible de variantes de calcul.

6 Références

- Barroeta, G., 2003. Utilisation de modèles de transport de sédiments. Loire, secteur d'Ingrandes. Rapport de DESS MSM, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, 79 pp.
- El Kadi, K., Paquier, A., Sardoy, N., 2004. Sediment transport and morphology in the Loire River - Site of Fresne sur Loire. In: P. Vlasak (Editor), 12th International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles. Agricultural University of Wroclaw, Prague, République Tchèque, pp. 8.
- Lefort P., Basse Loire à Ingrandes, Relèvement des lignes d'eau d'étiage : Expertise hydraulique. Direction Régionale de l'Environnement Centre, Juin 1997
- Meyer-Peter, E. and Müller, R., 1948. Formulas for bed load transport, IAHR, Suède.
- Sardoy, N., 2004. Modélisation du transport de sédiments fins en rivière. Application à un cas réel : secteur d'Ingrandes/Loire. Rapport de DEA Mécanique des Fluides, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, 127 pp.

7 Annexe 1 - Présentation de RubarBE

Le logiciel RubarBE (RUBAR3 with Bed Evolution) permet de calculer le transport de sédiments en rivière et d'en déduire la déformation d'un lit de rivière (voir la notice du logiciel pour plus de détails).

La topographie de la vallée dans laquelle s'effectue la propagation est décrite par une série de profils en travers. Le calcul hydrodynamique s'effectue au centre de chaque maille délimitée par deux sections de calcul consécutives. La géométrie de ces sections de calcul est déterminée par interpolation entre les profils en travers donnés.

En ce qui concerne les écoulements, le code résout les équations complètes de Barré de Saint Venant par une méthode explicite. Cette dernière utilise un schéma de type Godunov du second ordre. A chaque pas, le problème de Riemann est résolu de façon approchée grâce à une linéarisation de Roe. La résolution sédimentaire effectuée en chaque section intervient à chaque pas de temps, une fois connues les variables hydrodynamiques à un pas de temps intermédiaire ; ensuite, la géométrie est éventuellement modifiée et les variables hydrodynamiques réajustées au pas de temps complet.

7.1 Les équations

Les équations de Saint Venant sont écrites en fonction des variables S (section mouillée) et Q (débit) :

- équation de conservation de la masse :

$$(1) \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

- équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$(2) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{S} + P \right) = -gS \frac{\partial Z_f}{\partial x} - gS \frac{Q|Q|}{D^2} + B$$

avec t le temps, x l'abscisse longitudinale, S la section mouillée, Q le débit, q le débit d'apport latéral exprimé sous la forme $q(x,t) = \mu(x,t) \sqrt{2g} (Z - Z_d(x))^{m(x)}$ où μ , Z_d (cote de déversement) et m sont des fonctions linéaires de x par morceaux¹ et Z la cote de la surface libre, g l'accélération de la pesanteur, Z_f la cote du fond, K le coefficient de frottement de Strickler, R le rayon hydraulique, h la hauteur d'eau, L la largeur, la pression

$$P = \int_0^h g(h-y)L(x,y) dy \quad \text{et} \quad \text{la pression latérale} \quad B = \int_0^h g(h-y) \frac{\partial L}{\partial x} dy,$$

$$D = K_m S_m A R_m^{2/3} + K_M \sqrt{S_M^2 + S_m S_M (1 - A^2)} R_M^{2/3},$$

$$\beta = 1 \text{ si pas de lit moyen, } \beta = \frac{S}{(1+H)^2} \left(\frac{1}{S_m} + \frac{H^2}{S_M} \right) \text{ où } H = \frac{K_M \sqrt{S_M^2 + S_m S_M (1 - A^2)} R_M^{2/3}}{K_m S_m A R_m^{2/3}}$$

sinon.

¹ Mais une valeur par maille est définie et calculée à l'abscisse du centre de maille

Les deux expressions H et D constituent la formulation de « **DEBORD** »².

Les indices m (resp. M) correspondent au lit mineur (resp. moyen), A étant donnée par la formulation suivante (pour $K_M \leq K_m$ seul cas envisagé, car seul présent dans le milieu naturel):

$$\begin{cases} A = A_0 = 0,9 \left(\frac{K_m}{K_M} \right)^{-1/6} & \text{pour } \frac{R_M}{R_m} \geq 0,3 \\ A = \frac{1-A_0}{2} \cos \frac{\pi R_M}{0,3 R_m} + \frac{1+A_0}{2} & \text{pour } 0 < \frac{R_M}{R_m} < 0,3 \end{cases}$$

Les équations résolues pour le transport de sédiments sont données ci-après avec p la porosité du matériau, S_s la section solide, C_s la capacité solide selon l'axe de l'écoulement et q_s les apports solides latéraux, L_a , appelée largeur active, largeur sur laquelle le transport solide est actif, largeur à la cote de la surface libre le plus souvent, ρ_s est la masse volumique du matériau solide, ρ la masse volumique de l'eau, ν la viscosité cinématique de l'eau, D_{50} le diamètre médian des grains du matériau, K' un coefficient de Strickler correspondant au seul frottement sur les grains, D_{char} la distance de chargement, Q_s le débit solide selon l'axe de l'écoulement, θ_c contrainte critique adimensionnelle (prise égale à 0.047 par Meyer-Peter et Müller, 0.013 dans Meyer-Peter et Müller modifiée pour les cours d'eau polonais), τ_c est la contrainte de mise en mouvement des sédiments calculée par Shields :

- équation de conservation de la masse

$$(1-p) \frac{\partial S_s}{\partial t} + \frac{\partial Q_s}{\partial x} = q_s$$

- loi de capacité solide, choisie parmi :

- relation de Meyer-Peter et Müller³ (*transport par charriage seul*)

$$C_s = \frac{8L_a}{g \times (\rho_s - \rho) \sqrt{\rho}} (\rho g J R - \tau_c)^{3/2}$$

- relation de Meyer-Peter et Müller avec correction de la contrainte (*transport par charriage seul*)

$$C_s = \frac{8L_a}{g \times (\rho_s - \rho) \sqrt{\rho}} \left(\rho^* \left(\frac{K}{K'} \right)^{3/2} g J R - \tau_c \right)^{3/2}$$

- relation de Meyer-Peter et Müller avec contrainte critique adimensionnelle θ_c fixe (*transport par charriage seul*)

² Nicollet, G. and Uan, M., 1979. Ecoulements permanents à surface libre en lits composés. La Houille Blanche(1): 21-30.

³ Meyer-Peter, E. and Müller, R., 1948. Formulas for bed-load transport, Report on second meeting of IARH. IAHR, Stockholm, Sweden, pp. 39-64.

$$C_s = \frac{8L_a}{g \times (\rho_s - \rho) \sqrt{\rho}} (\rho g J R - \theta_c * D_{50} g (\rho_s - \rho))^{3/2}$$

- relation de Meyer-Peter et Müller avec correction de la contrainte et contrainte critique adimensionnelle fixe (*transport par charriage seul*)

$$C_s = \frac{8L_a}{g \times (\rho_s - \rho) \sqrt{\rho}} \left(\rho \left(\frac{K}{K_c} \right)^{3/2} g J R - \theta_c * D_{50} g (\rho_s - \rho) \right)^{3/2}$$

- relation de Meyer-Peter et Müller modifiée pour les cours d'eau polonais⁴

$$C_s = \frac{2.152L_a}{g \times (\rho_s - \rho) \sqrt{\rho}} (\rho g J R - \tau_c)^{3/2}$$

- relation de Engelund et Hansen⁵ (*transport total : charriage+suspension*)

$$C_s = \frac{0,05L_a \rho_s \rho^2}{g^{1/2} (\rho_s - \rho)^2} \frac{K^2 R^{17/6} J^{5/2}}{D_{50}}$$

- relation de Bagnold⁶ (*transport total : charriage+suspension*)

$$C_s = K * L_a \rho_s R^{5/3} J^{3/2} \left(0.17 + 0.01 \frac{K R^{2/3} J^{1/2}}{g \frac{\rho_s - \rho}{\rho} D_{50}^2} * 18 * v \right)$$

Le terme $\left(\frac{18v}{g \frac{\rho_s - \rho}{\rho} D_{50}^2} \right)$ est la vitesse de chute des particules en suspension; cette vitesse est calculée par les lois de Stokes (régime laminaire, $d < 0.06$ mm).

- relation de Ackers et White⁷ (*transport total : charriage+suspension*)

$$C_s = \frac{Q G_{gr} D_{50}}{h} \left[\frac{U}{\sqrt{\tau/\rho}} \right]^n$$

⁴ Bartnik, 1992. Hydraulique fluviale des rivières de montagne à lit mobile. Début de mouvement de la charge de fond. Zeszyty Naukowe AR w Krakowie, 171 (en polonais).

⁵ Engelund, F. and Hansen, E., 1967. A monograph on sediment transport in alluvial streams. Teknisk Forlag, Copenhagen, 62 pp.

⁶ Bagnold, R.A., 1966. An approach to the sediment transport problem from general physics, 422-I. United States Geological Survey, Washington DC, 116 pp.

⁷ Ackers, P. and White, W. R. (1973). Sediment transport: new approach and analysis. Journal of Hydraulic Division 99(11): 2041-2060.

$$G_{gr} = C \left(\frac{F_{gr}}{A_{gr}} - 1 \right)^m$$

$$F_{gr} = \frac{\left(\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \right)^n}{\sqrt{g \frac{\rho_s - \rho}{\rho} D_{50}}} \left[\frac{U}{\sqrt{32 \log(10h/D_{50})}} \right]^{1-n}$$

Les paramètres n , m et A_{gr} sont définis en fonction du diamètre D_{50} par le tableau suivant :

	$d_* > 60$ ($D_{50} > 2$ mm)	$1 < d_* < 60$ ($0,06 < D_{50} < 2$ mm)
n	0	$n = 1 - 0,56 \log d_*$
A_{gr}	0,17	$A_{gr} = 0,14 + 0,23 / \sqrt{d_*}$
m	1,5	$m = 1,34 + 9,66 / d_*$
C	0,025	$\log C = 2,86 \log d_* - (\log d_*)^2 - 3,53$

U la vitesse d'écoulement, d_* le diamètre adimensionnel défini par $D_{50} \left[\frac{g \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)}{v^2} \right]^{1/3}$.

Dans le calcul de la capacité de transport intervient la largeur active qui peut être déterminée soit a priori par l'utilisateur, soit par un calcul des points où la contrainte est supérieure à la contrainte critique. On peut aussi de manière alternative obtenir la capacité de transport sur la section en ajoutant les capacités de transport calculées individuellement sur chaque portion de la section en travers.

Les lois de capacité de transport solide ci-dessus ont été établies pour des régimes d'écoulement (liquide et solide) permanents et uniformes. Cependant ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées. En effet, les mécanismes d'érosion et surtout de dépôt présentent une certaine inertie, et en cas de modification des conditions de l'écoulement liquide, le débit solide n'atteint pas instantanément la nouvelle capacité de transport.

Afin d'exprimer ce retard spatial et temporel de l'évolution de la charge solide par rapport aux variations des conditions hydrauliques le code résout une équation supplémentaire, dite équation de chargement :

- équation de chargement

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} = \frac{(C_s - Q_s)}{D_{char}} .$$

La perte de charge par frottement J est calculée par la formule suivante :

$$JR = \frac{Q^2}{K^2 S^2 R^{1/3}}$$

Le coefficient de Strickler K correspondant au seul frottement sur les grains est calculé par :

$$K' = \frac{21}{D_{50}^{1/6}}$$

7.2 L'évolution géométrique

Le bilan solide est mené sur chacune des mailles sédimentaires du modèle. Cette maille sédimentaire est localisée avec un décalage d'un demi pas d'espace maille par rapport à la maille hydrodynamique (maille sur laquelle les équations de Saint Venant sont résolues par RubarBE). Le bilan sédimentaire se traduit alors par une modification de la section géométrique centrale.

En outre, de manière générale (voir options ci- après), l'érosion est effectuée dans le lit actif et le dépôt dans le lit mineur. Ces deux lits sont délimités chacun par deux points de la section en travers (rive gauche et rive droite) points qui sont considérés comme n'appartenant pas à leur lit respectif. Les deux points extrêmes d'une section en travers ne sont donc jamais modifiés.

RubarBE calcule la variation de la masse sédimentaire stockée dans le lit. Cette masse solide est directement traduite en volume *via* la masse volumique. Ce volume est transformé en "volume de sédiment" en faisant intervenir la porosité. Puis, connaissant la longueur de la maille sédimentaire, il est aisé d'obtenir la variation de surface sédimentaire de la section géométrique centrale. Ensuite, cette information est traduite en modification de la topographie de la section en travers centrale.

RubarBE propose une évolution simplifiée de la section en travers, adaptée à une description synthétique de la section. A un instant donné, à l'issue d'un bilan sédimentaire, tous les points d'une section en travers susceptibles d'être modifiés auront le même comportement géomorphologique : il ne peut pas y avoir de l'érosion et du dépôt simultanément dans une section.

Le bilan de masse pendant un pas de temps sur une maille sédimentaire est effectué à partir de la différence des débits solides amont et aval. Le calcul de ceux-ci passe par un calcul des capacités maximales de transport par les formules citées ci-dessus et utilise d'une part, la contrainte de cisaillement τ et pour certaines lois la contrainte critique τ_c . Ces paramètres sont calculés en considérant les caractéristiques sédimentaires de la couche active. Cette couche active correspond aux sédiments en mouvement présents à un endroit donné à un instant donné. Cette couche est alimentée par la strate superficielle du lit en érosion et par les sédiments en provenance de l'amont et fournit des sédiments à l'aval ou au lit en cas de dépôt. Selon le résultat du bilan de masse, on a soit érosion soit dépôt. En cas de dépôt, on introduit donc des sédiments depuis la couche active dans le lit et en cas d'érosion on érode la strate sédimentaire superficielle du lit pour alimenter la couche active.

RubarBE permet de faire le choix entre deux méthodes de calcul de contrainte τ : soit la Méthode des Perpendiculaires Confondues (MPC) soit une répartition uniforme. La MPC ⁸

⁸ Khodashenas, S. R., 1998. Modification de la topographie d'une rivière due au transport des sédiments, Thèse de l'école Centrale de Lyon.

Khodashenas, S.R. and Paquier, A., 1999. A geometrical method for computing the distribution of boundary shear stress across irregular straight open channels. *Journal of Hydraulic Research*, 37(3): 381-388.

permet d'avoir une répartition latérale de la contrainte hydrodynamique, donc elle est a priori être plus précise qu'une distribution uniforme selon la formule du régime uniforme ($\tau = \rho g R J$).

Par ailleurs, RubarBE permet de prendre en considération l'effet de la pente transversale en introduisant le facteur d'Ikeda ⁹. La contrainte critique d'Ikeda τ_{cj} en un point donné j de la section est alors égale à $C_{kj} * \tau'_{cj}$ où τ'_{cj} est la contrainte critique au point j sans prise en compte de l'effet des pentes.

$$\tau_{cj} = C_{kj} \times \tau'_{cj}$$

$$C_{kj} = \frac{-\omega \tan^2 \phi \cos \theta_j + (\tan^2 \phi \cos^2 \theta_j + \omega^2 \tan^2 \phi \sin^2 \theta_j - \sin^2 \theta_j)^{0.5}}{(1 - \omega \tan \phi) \tan \phi}$$

θ_j l'inclinaison de la berge avec le fond au point J de la section en travers, ϕ l'angle de repos interne des sédiments composant la berge, ω : rapport entre la portance à la traînée et varie entre 0,4 et 0,9 et diminue lorsque le diamètre des sédiments augmente. ω est pris égal à 0,85 dans RubarBE.

7.2.1 Cas d'érosion

En cas d'érosion, RubarBE traduit le bilan sédimentaire en abaissant chacun des points j érodables situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur et dont la contrainte critique locale de mise en mouvement τ_{cj} est inférieure à la contrainte hydrodynamique locale τ_j sans toutefois dépasser l'épaisseur de la strate sédimentaire locale. L'épaisseur locale érodée est proportionnelle à $(\tau_j - \tau_{cj})^m$. La déformation Δz_j est donnée par la formule suivante :

$$\Delta z_j = \frac{(\tau_j - \tau_{cj})^m}{\sum (\tau_j - \tau_{cj})^m \Delta y_j} \Delta S_b$$

ΔS_b : surface totale à éroder

Δy_j : largeur élémentaire associée au point j

m : paramètre, fonction de la formule de capacité solide utilisée

Une érosion de berge peut avoir lieu si l'option est activée. Dès que la pente entre le point au-dessus de l'eau et celui au-dessous dépasse l'angle de frottement interne du matériau, une masse se détache afin de retrouver cet angle (au cas où le matériau est érodable).

7.2.2 Cas de dépôt

En un point donné, si les sédiments déposés sont d'une composition granulométrique proche de ceux déjà présents, on les incorpore à la strate en place. Si, en revanche, les nouveaux sédiments sont trop différents des anciens, on les incorpore dans une nouvelle strate qui recouvre la précédente.

- **Dépôt par couches horizontales**

Le fond de la section est progressivement comblé en commençant par le ou les points bas. Ainsi, on tend vers un fond plat.

⁹ Ikeda, S., 1982. Incipient motion of sand particles on side slopes. Journal of the Hydraulics Division, 108(HY1): 95-114.

- **Dépôt uniforme**

RubarBE traduit le bilan sédimentaire en remontant tous les points situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur de la même hauteur. L'hypothèse forte est que le dépôt est supposé avoir lieu sur toute la partie du lit mineur située sous la surface. Cette méthode ne fait pas intervenir la répartition de contrainte.

- **Dépôt variable en fonction de $1/\tau$**

Cette méthode suppose que tous les points j situés sous la surface d'eau dans les limites du lit mineur sont des points de dépôt. La déformation en un point de dépôt est fonction de $1/\tau_j$. En effet, en cas de dépôt, la déformation le long de la section est une fonction décroissante de la contrainte hydrodynamique : on dépose plus là où la contrainte qu'exerce l'écoulement est faible. L'épaisseur locale déposée Δz_j est donnée par les relations suivantes :

$$\Delta z_j = \frac{F_j}{\sum F_j \Delta y_j} \Delta S_b$$

$$F_j = 0 \text{ si } \tau_{cj} = 0$$

$$F_j = 1 \text{ si } \tau_j \geq \tau_{cj}$$

$$F_j = \frac{\tau_{cj}}{\tau_j} \text{ si } k \times \tau_{cj} \leq \tau_j \leq \tau_{cj}$$

$$F_j = k \text{ si } \tau_j \leq k \times \tau_{cj}$$

ΔS_b : surface totale à déposer

Δy_j : largeur élémentaire associée au point j

k : coefficient, inférieur à 1

Le coefficient k a été introduit pour éviter qu'il y ait un dépôt trop important dans des zones où la contrainte hydrodynamique est faible. La valeur de k est fixée actuellement à 2.

- **Dépôt variable en fonction de $(\tau_{cj} - \zeta \tau_j)^m$**

RubarBE traduit le bilan sédimentaire en remontant chacun des points de dépôt situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur et dont la contrainte hydrodynamique locale

τ_j est inférieure à $\frac{\tau_{cj}}{\zeta}$ la contrainte critique de fin de mouvement. La déformation Δz_j est

donnée par la formule suivante :

$$\Delta z_j = \frac{(\tau_j - \zeta \tau_{cj})^m}{\sum (\tau_j - \zeta \tau_{cj})^m \Delta y_j} \Delta S_b$$

ΔS_b : surface totale à déposer

Δy_j : largeur élémentaire associée au point j

m : paramètre, fonction de la formule de capacité solide utilisée

ζ : paramètre, fonction de τ_j et τ_{cj}

Deux valeurs de ζ peuvent être utilisées par RubarBE. Chacune des deux valeurs est associée à une hypothèse bien précise.

La première hypothèse émise consiste à supposer que tous les points situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur sont tous des points de dépôt. Pour pouvoir appliquer la relation précédente, il faudrait que :

$$(\tau_{cj} - \zeta \tau_j) \geq 0 \quad \forall j \Leftrightarrow \zeta \leq \frac{\tau_{cj}}{\tau_j} \quad \forall j \Leftrightarrow \zeta \leq \zeta_1 = \min \left(\frac{\tau_{cj}}{\tau_j} \right)_j$$

Dans le cadre de cette hypothèse, nous avons opté pour une valeur de $\zeta = \zeta_1 / 2$

La deuxième hypothèse consiste à supposer qu'une partie des points j situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur sont des points de dépôt. Pour cela, nous avons calculé une valeur de ζ à partir de la valeur moyenne pondérée de $\frac{\tau_{cj}}{\tau_j}$:

$$\zeta = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sum \Delta y_j} \times \sum \Delta y_j \left(\frac{\tau_{cj}}{\tau_j} \right)$$

- **Dépôt variable en fonction de $(\tau_j)^m$**

RubarBE traduit le bilan sédimentaire en remontant chacun des points de dépôt situés sous la surface libre à l'intérieur des limites du lit mineur. La déformation Δz_j est donnée par la formule suivante :

$$\Delta z_j = \frac{(\tau_j)^m}{\sum (\tau_j)^m \Delta y_j} \Delta S_b$$

Le paramètre m qui intervient dans les différentes relations est déterminé en fonction de la formule de capacité solide utilisée et est égal à l'exposant de la vitesse utilisé dans ces formules.

8 Annexe 2 - Présentation de Rubar20TS

Le logiciel RUBAR 20 permet tout calcul hydraulique ressortant des équations de SAINT-VENANT bidimensionnelles (voir la notice du logiciel pour plus de détails), en particulier, lorsque les variations temporelles des caractéristiques hydrauliques sont importantes (crues). Les équations que le logiciel résout sont écrites sous la forme:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = P \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{Q_x^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{Q_x Q_y}{h} \right)}{\partial y} \\ & = -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{Q_x \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}}{C^2 h^2} + K \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \left(\frac{Q_x}{h} \right)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \left(\frac{Q_x}{h} \right)}{\partial y} \right) \right) + F_x(W) + P_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{Q_x Q_y}{h} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{Q_y^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right)}{\partial y} \\ & = -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - g \frac{Q_y \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}}{C^2 h^2} + K \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \left(\frac{Q_y}{h} \right)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \left(\frac{Q_y}{h} \right)}{\partial y} \right) \right) + F_y(W) + P_y \end{aligned} \quad (3)$$

où h est la hauteur d'eau, Z la cote du fond, Q_x le débit (unitaire) selon l'axe Ox égal au produit de la vitesse par la hauteur, Q_y le débit (unitaire) selon Oy, g l'accélération de la pesanteur, K une constante de viscosité (ou diffusion), C la constante de Chézy pour le frottement au fond (ou coefficient de Strickler multiplié par $h^{1/6}$), W la vitesse du vent, F_x et F_y les contraintes dues au vent exprimées sous la forme $0,6 \times 10^{-6} W_x W^{3/2}$ et $0,6 \times 10^{-6} W_y W^{3/2}$, P_x et P_y les composantes du frottement à la paroi (verticale) exprimée comme le frottement au fond mais la contrainte étant parallèle à la paroi, on utilise un facteur multiplicatif valant 0 pour les mailles sans paroi et h/L pour les autres mailles avec L dimension de la maille dans la direction perpendiculaire à la paroi, P l'apport local correspondant à la pluie (dont on néglige la quantité de mouvement).

Le code de calcul utilise la méthode des volumes finis appliquée à un maillage constitué de quadrilatères et de triangles qui ont entre eux 0 ou 1 (entier) côté commun. A chaque pas de temps, pour calculer les flux entrants et sortants de chaque maille, est résolu un problème de Riemann dans la direction normale à l'arête. 2 schémas numériques sont disponibles pour résoudre ce problème :

- un schéma de VAN LEER avec deuxième ordre en espace et premier ordre en temps

- un schéma de VAN LEER avec deuxième ordre en temps et en espace.

On résout d'abord le problème homogène pour les 3 équations unidimensionnelles mises sous forme conservative puis on ajoute les termes du second membre où on retrouvera le terme de gravité, les frottements, etc (Paquier 1995)¹⁰.

Rubar 20TS est la version de Rubar 20 qui permet de modéliser le transport en suspension. Une équation de convection-diffusion d'une concentration est ajoutée aux équations hydrodynamiques :

$$\frac{\partial(Ch)}{\partial t} + \frac{\partial(Chu)}{\partial x} + \frac{\partial(Chv)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(hD_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(hD_y \frac{\partial C}{\partial y}) + E + S$$

où :

C est la concentration dans l'eau (en m³/m³ mais on peut entrer une concentration en kg/m³ dans les fichiers de données),

h la hauteur d'eau (m),

u, v les vitesses suivant Ox et Oy (m/s),

D_x, D_y : coefficients de diffusion suivant Ox et Oy (m²/s)

donnés par les formules :

$$D_x = \frac{v_x}{\sigma} \quad \text{et} \quad D_y = \frac{v_y}{\sigma}$$

v_x et v_y les coefficients de diffusion liquide selon Ox et Oy (m²/s) ; σ le nombre de Schmidt (compris entre 0 et 1 en général)

Pour les sédiments, E : taux d'érosion et S : taux de sédimentation

E et S sont calculés différemment selon les différentes options à partir des expressions fournies ci-dessous.

La méthode de résolution de l'équation est la même que pour l'hydrodynamique, la résolution se faisant de manière couplée (même pas de temps).

Le code permet de plus de prendre en compte dans la partie hydrodynamique la modification éventuelle du lit au cours du calcul. Cette option est primordiale lorsque le taux d'érosion ou de dépôt est important. Ainsi, la nouvelle cote de chaque nœud est recalculée suivant le dépôt ou l'érosion subie dans les mailles voisines. Le code permet de tenir compte d'un fond dur (non érodable) variable.

Le terme source/puits pour les sédiments est donc composé de deux variables :

- **Le taux d'érosion E**

Il est modélisé de la manière suivante:

$$E = M \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} - 1 \right) \text{ si } \tau > \tau_{cr}, \text{ sinon } E = 0$$

M est un coefficient empirique à caler (m/s).

¹⁰ Paquier, A., 1995. Modélisation et simulation de la propagation de l'onde de rupture de barrage, thèse de l'Université Jean Monnet de Saint Etienne

τ_{cr} est la contrainte critique d'érosion. Cette valeur ne dépend que du diamètre médian D_{50} des particules par $\tau_{cr}=KDS*D_{50}*(\rho_s-\rho)$, où KDS contrainte adimensionnelle est soit donnée, soit calculée à partir du diagramme de Shields.

Le terme d'érosion est un terme source de concentration.

Cette relation traduit le fait que les particules reposant sur le fond du lit seront mises en mouvement si la contrainte au fond imposée par la vitesse de l'écoulement est supérieure à la contrainte critique dépendant du diamètre de ces particules. Le modèle n'est jusqu'à présent capable que de traiter les problèmes liés à une seule taille donnée de particules.

Dans l'état actuel du code, M et τ_{cr} sont considérés comme des constantes vis à vis des paramètres hydrodynamiques de l'écoulement, de la concentration et du temps.

Le paramètre clef de l'érosion est le coefficient M. Les résultats donnés par le modèle lors des différents tests menés apparaissent extrêmement sensibles à la valeur de ce coefficient.

- **Le terme de dépôt S**

Il est modélisé de la manière suivante (pour une concentration C adimensionnelle) :

$$S = -\alpha w_s (C - C_e) \text{ si } C > C_e, \text{ sinon } S=0$$

C_e est la concentration d'équilibre dont le mode de calcul est à déterminer.

α est un paramètre de calage adimensionnel.

w_s est la vitesse de chute (m/s) calculée à partir du diamètre des sédiments et éventuellement réduite par UJ où U la vitesse moyenne de l'écoulement et J la pente de la ligne d'énergie.

Le terme de sédimentation est un terme puits pour la concentration.

On observe que le dépôt dépend logiquement de la concentration, donc des paramètres hydrodynamiques de l'écoulement.

La difficulté réside encore une fois dans la valeur à donner aux termes C_e et α . Pour le paramètre C_e , deux méthodes d'estimation sont données dans le code. La première consiste à considérer qu'il y aura du dépôt lorsque la contrainte au fond est supérieure à la contrainte critique de sédimentation.

On a donc,

$$C_e = C \frac{\tau}{\tau_{crs}}$$

$$\tau_{crs} = \frac{(\rho_s - \rho)ghw_s C}{T_k \sqrt{u^2 + v^2}}$$

avec τ_{crs} la contrainte critique de sédimentation, T_k une constante adimensionnelle de valeur fixée à 0.0016.

Pour la seconde, le dépôt aura lieu lorsque la concentration est supérieure à la concentration d'équilibre calculée par une méthode inspirée de [Leo C. van Rijn, 1984]¹¹. On définit le paramètre de transport T :

¹¹ van Rijn, L. C. , 1984. Sediment Transport, Part II : Suspended Load Transport, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.110, N° 11, pp 1613-1641

$$T = \frac{(u^*)^2 - (u_{*,cr})^2}{(u_{*,cr})^2} \text{ où } u_{*,cr} \text{ vitesse critique donnée par } \tau_{cr} = \rho u_{*,cr}^2$$

où u^* est une vitesse de frottement propre aux grains, calculée à partir d'un coefficient de Chézy relatif aux grains C' :

$$C' = 18 \log \left(\frac{12h}{3d_{90}} \right).$$

$$\text{et } u^* = \frac{\sqrt{g}}{C'} \sqrt{u^2 + v^2}$$

Il propose ensuite de calculer une concentration de référence au fond. Cependant, le fond n'étant pas lisse de par les grains, la référence sera prise à la cote a telle que :

$$a = k_s \text{ avec } a_{\min} = 0.01h$$

k_s étant la rugosité du fond (égale à d_{90}).

La concentration en a est alors égale à :

$$C_a = 0.015 \frac{d_{50}}{a} \frac{T^{1.5}}{D_*^{0.3}} \text{ avec } D_* = d_{50} \left(\frac{(\rho_s/\rho - 1)g}{v^2} \right)^{1/3} \text{ diamètre adimensionnel}$$

Le transport solide est aussi décrit par le paramètre Z , rapport entre les forces gravitationnelles descendantes et les forces de turbulence ascendantes :

$$Z = \frac{w_s}{\beta k u_*}$$

β est un coefficient relatif à la diffusion des particules : $\beta = 1 + 2 \left[\frac{w_s}{u_*} \right]$.

k , constante de Von Karman, est, en fait, fonction de la valeur de la concentration moyennée sur la hauteur, de la vitesse de chute de la particule et de la vitesse de frottement critique. Ces effets sont pris en compte en introduisant φ :

$$\varphi = 2.5 \left[\frac{w_s}{u_*} \right]^{0.8} \left[\frac{C_a}{C_0} \right]^{0.4}$$

Alors :

$$Z' = Z + \varphi$$

En posant $F = \frac{\left[\frac{a}{h} \right]^{Z'} - \left[\frac{a}{h} \right]^{1.2}}{\left[1 - \frac{a}{h} \right]^{Z'} [1.2 - Z']}$, la concentration d'équilibre s'écrit enfin :

$$C_e = F C_a$$

Pour le paramètre α , les tests menés jusqu'ici ont pu montrer que α agit de deux façons sur la sédimentation. Le terme de dépôt S lui étant directement proportionnel, α a donc une influence sur la quantité de sédiments déposés. Il modifie de plus la répartition du dépôt : ce dépôt étant déplacé vers l'amont de l'écoulement au fur et à mesure que α augmente.